SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





GEOMETRIA

Tema: Triángulos

academiacesarvallejo.edu.pe

TEMA

OBJETIVOS

1. Establecer los teoremas fundamentales en el triangulo así como los teoremas que se deducen a partir de estos.

2. Reconocer los diferentes tipos de triángulos asi como las relaciones que se cumplen en ellos

3. Establecer las principales líneas notables que se trazan en el triangulo



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

EL TRIÁNGULO

La figura geométrica denominada triángulo, tiene entre una de sus propiedades empleadas en la ingenieria la de ofrecer gran Resistencia a la deformacion por eso es capaz de soportar grandes cargas sin que se deforme dicha figura , este es el motivo por el cual su uso es considerado en estructuras de acero como por ejemplo en el diseño de puentes de este material asi como la cobertura de grandes almacenes tambien en las antenas y cupulas geometrica o Domos.



TRIÁNGULOS

VÉRTICES
Tres puntos no colineales que determinan el triángulo: A, B, C

LADOS
Segmentos de recta que unen los vértices: segmentos AB, BC y AC

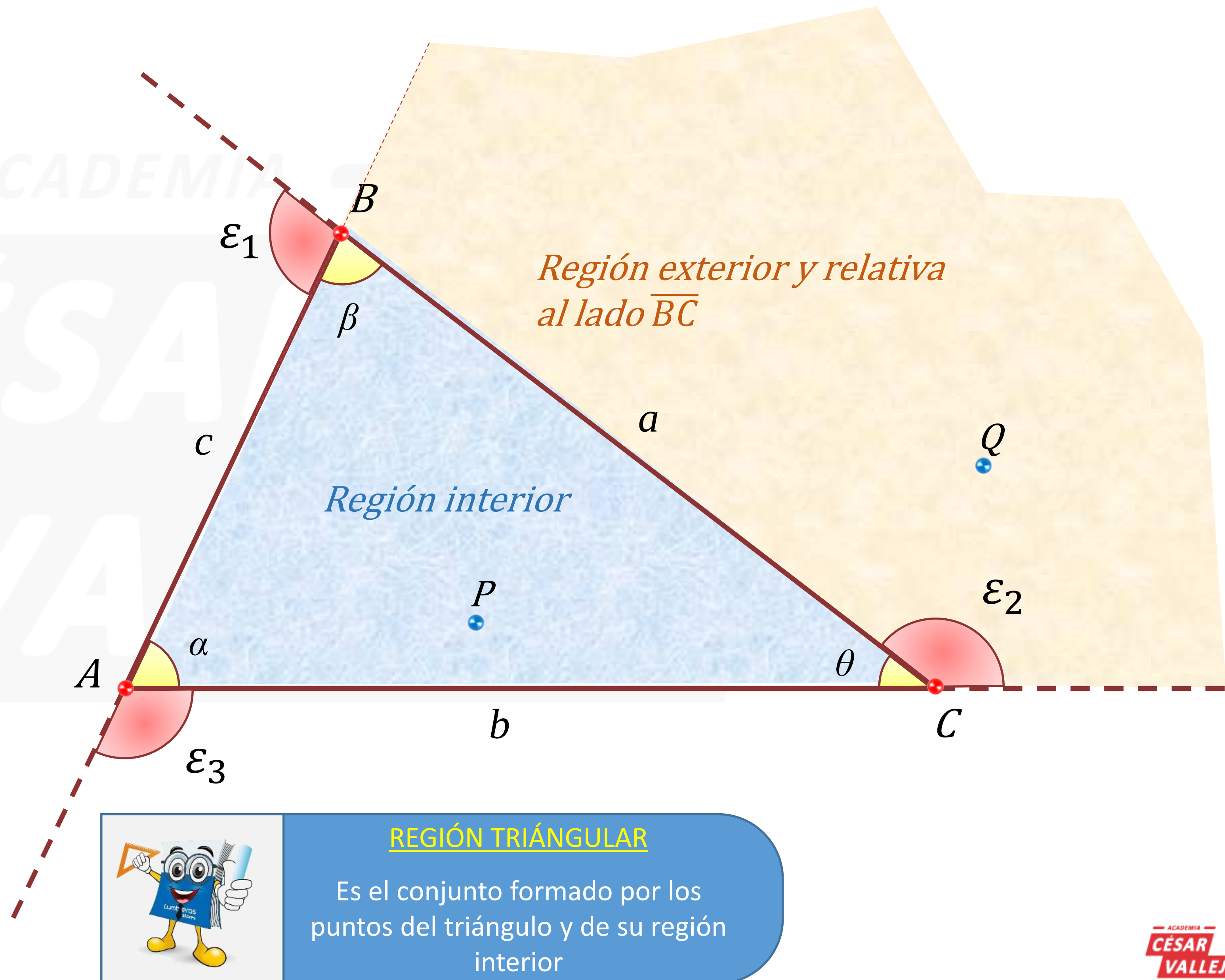
SEMIPERÍMETRO
Semisuma de las longitudes de sus lados: semiperímetro: $(a + b + c)/2$

MEDIDAS ANGULARES INTERIORES
Interiores: α, β, θ

MEDIDAS ANGULARES EXTERIORES
Exteriores: ε_1, ε_2, ε_3

P es un punto de la región Interior

Q es un punto de la región exterior



REGIÓN TRIÁNGULAR

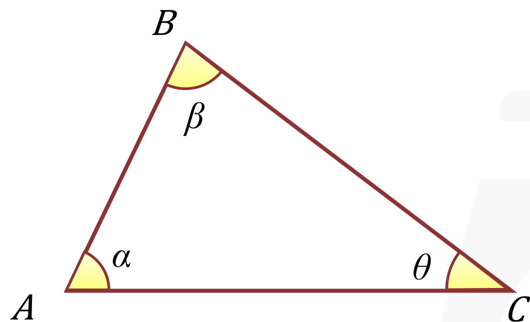
Es el conjunto formado por los puntos del triángulo y de su región interior

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

TRIÁNGULOS

TEOREMA

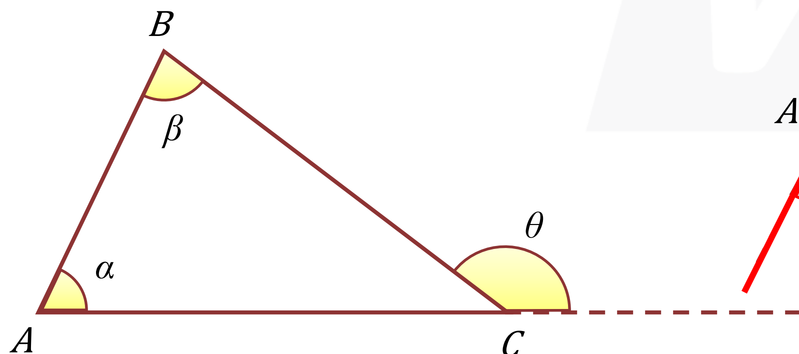
Suma de medidas angulares internas



$\alpha + \theta + \beta = 180°$

TEOREMA

Ángulo exterior



$\theta = \alpha + \beta$

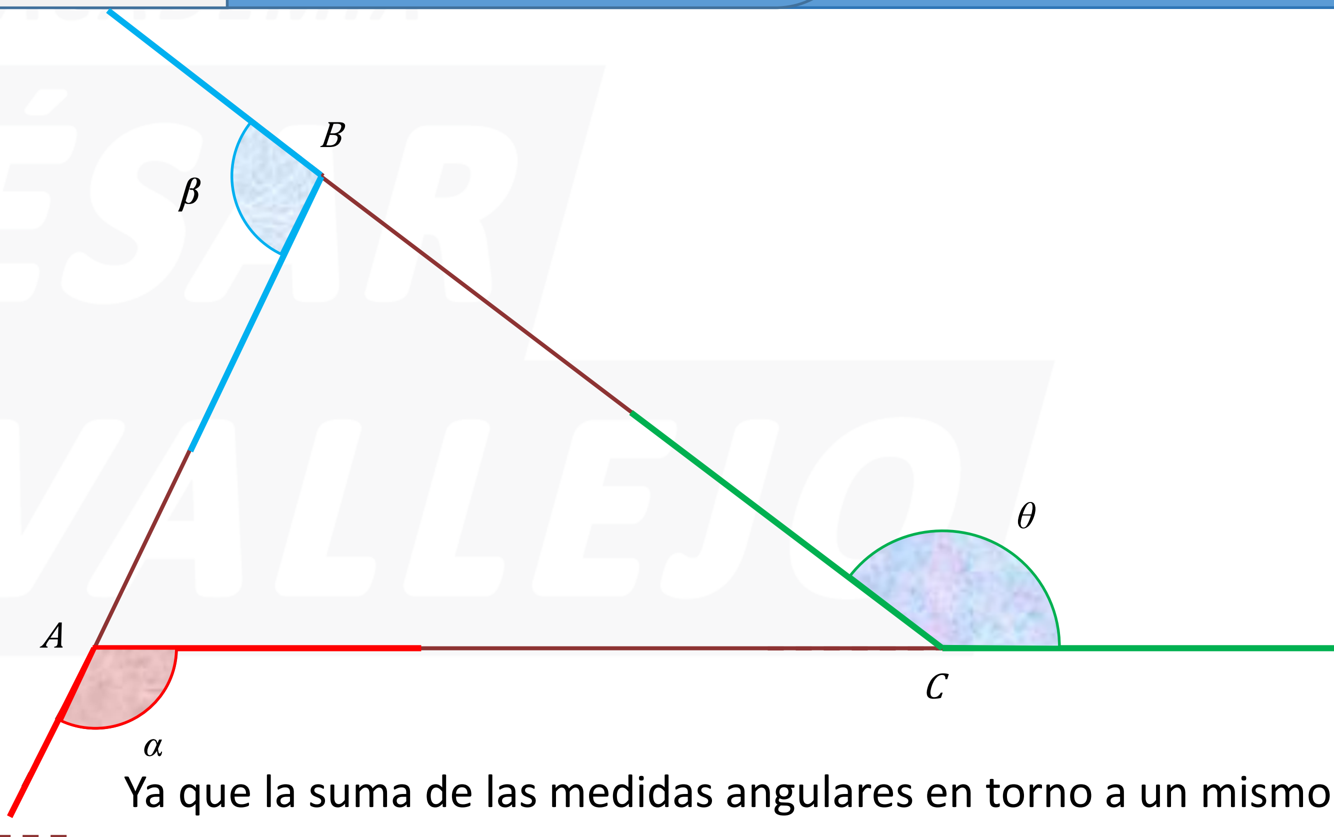


MEDIDAS ANGULARES EXTERIORES

Al considerer una de ellas en cada vértice del triángulo, la suma de estas tres medidas será 360°

$\theta + \alpha + \beta = 360°$

DEMOSTRACIÓN



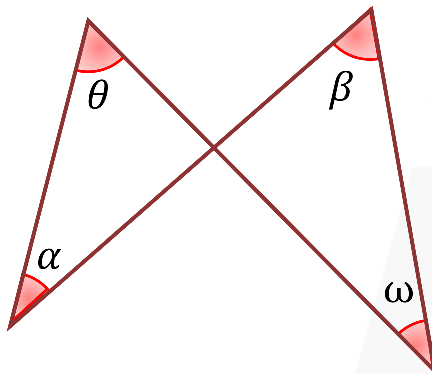
Ya que la suma de las medidas angulares en torno a un mismo punto es 360°

$$\therefore \theta + \alpha + \beta = 360°$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

TEOREMA

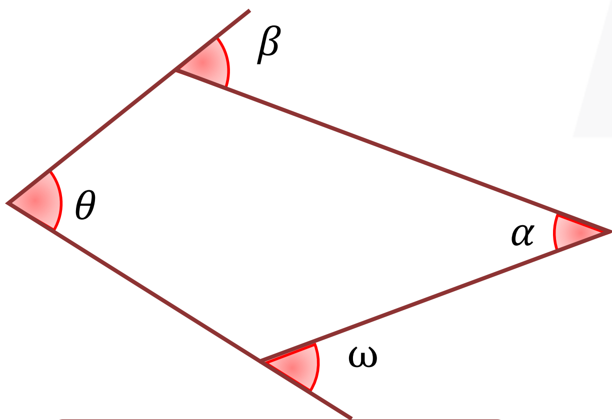
Cuadrilátero Cruzado



$$\theta + \alpha = \beta + \omega$$

TEOREMA

Cuadrilátero de región Convexa



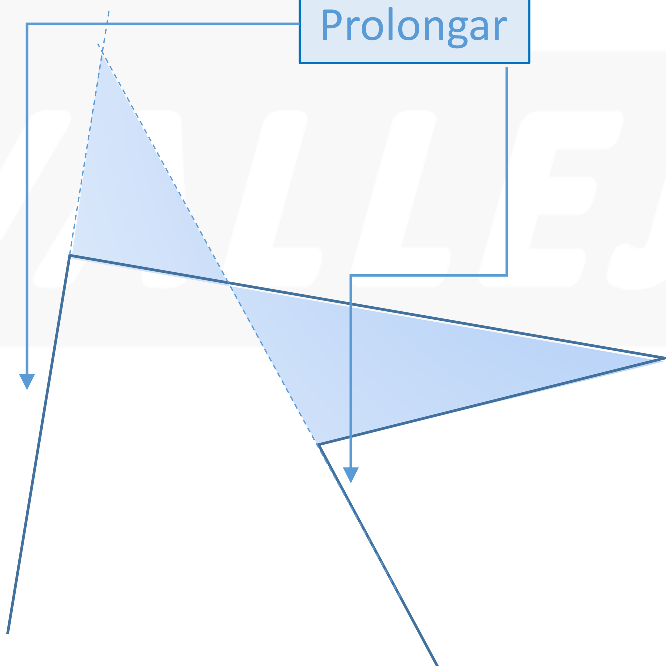
$$\theta + \alpha = \beta + \omega$$

Sugerencia:

En figuras como esta:

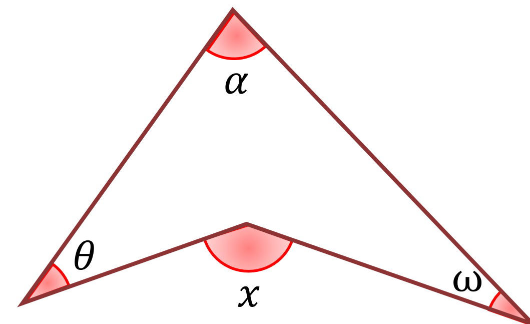


Es recomendable:



TEOREMA

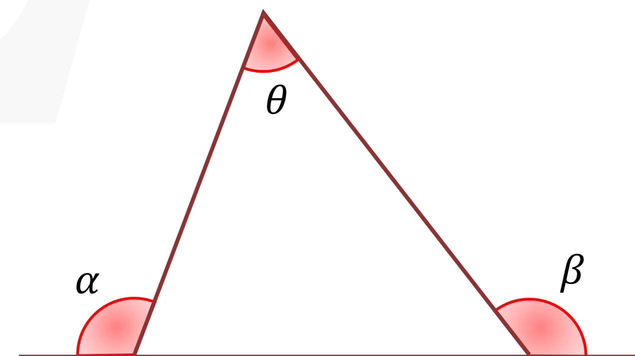
Cuadrilátero de región no convexa



$$\theta + \alpha + \omega = x$$

TEOREMA

Ángulos exteriores



$$\theta + 180° = \alpha + \beta$$

RELACIÓN DE ORDEN EN EL TRIÁNGULO

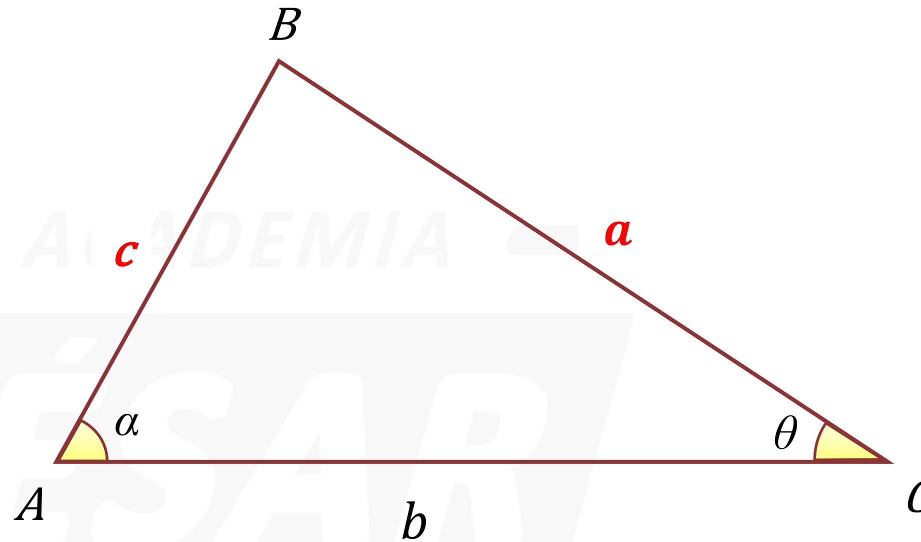
Teorema de Existencia

Si $c < a < b$ ➡

$b - c < a < b + c$

$a - c < b < a + c$

$b - a < c < b + a$

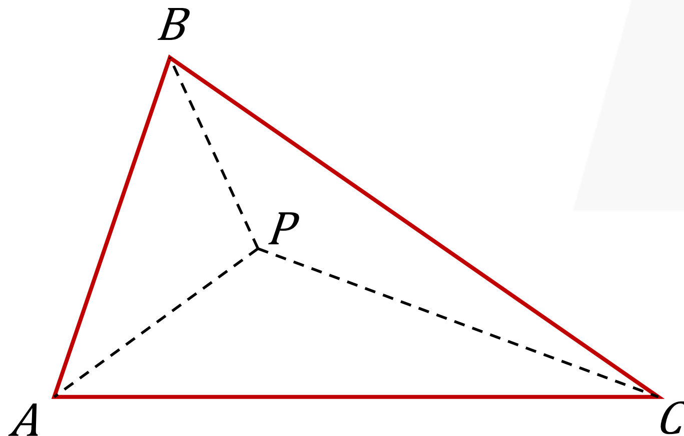


Teorema de Correspondencia

Al ángulo interior de mayor medida se opone el lado de mayor longitud.

$\alpha > \theta \iff a > c$

TEOREMA



Siendo $2p$: *perímetro del triángulo*

Para todo punto P de su región Interior:

$p < PA + PB + PC < 2p$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

TRIÁNGULOS

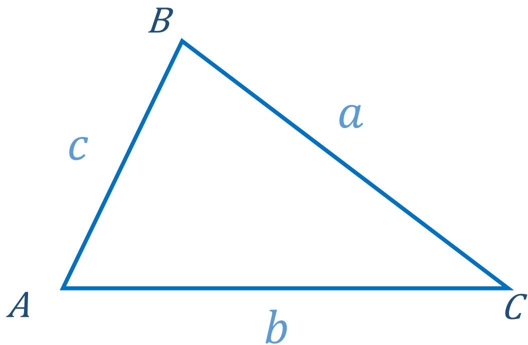
PROBLEMA

Determine el número de triángulos escalenos, de perímetro menor que 10 y cuyos lados tengan medidas enteras.

A) 1 B) 2 C) 3

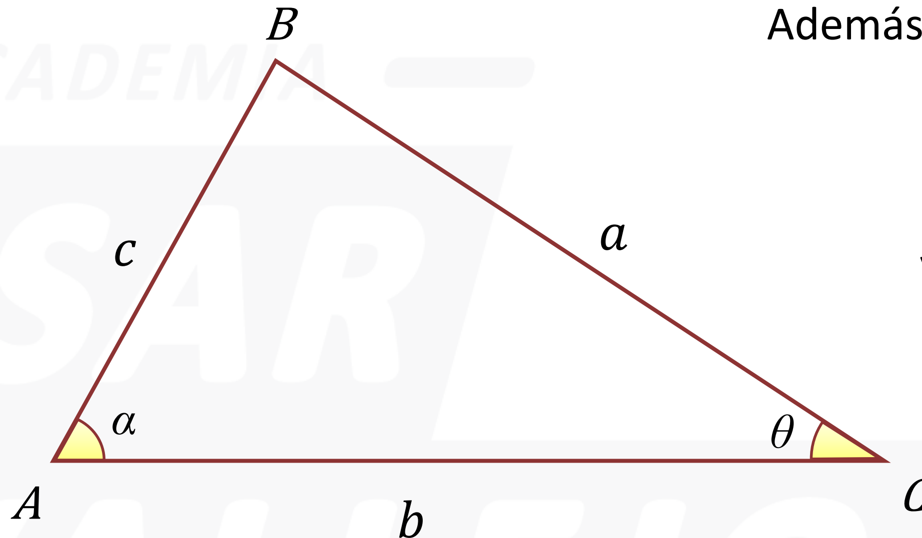
D) 4 E) 5

Teorema



$b - a < c < b + a$

RESOLUCIÓN:



Datos: a, b y c: números enteros

Además: $a \neq b$

$b \neq c$

$c \neq a$

y $a + b + c < 10$

Piden: *Número de triángulo que satisfacen dichas condiciones*

Sabemos que: $b < a + c \Rightarrow 2b < a + b + c \Rightarrow 2b < 10$

Se sigue que: $b < 5$ de manera análoga: $a < 5$ y $c < 5$

Ya que a, b y c deben ser distintos: $b = 4, a = 3, c = 2$

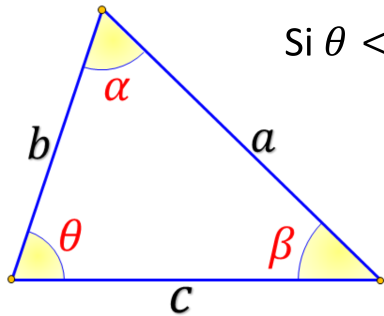
$\therefore$ Existe un único triángulo

CLAVE: A

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

CLASIFICACION DE TRIÁNGULOS

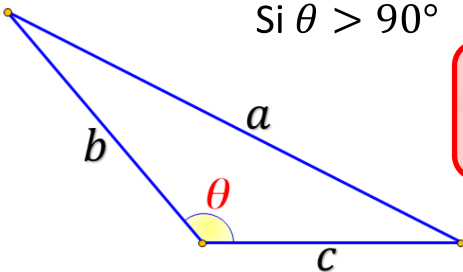
TRIÁNGULO ACUTÁNGULO



Si $\theta < 90°, \alpha < 90°, \beta < 90°$

Por naturaleza:
$a^2 < b^2 + c^2$

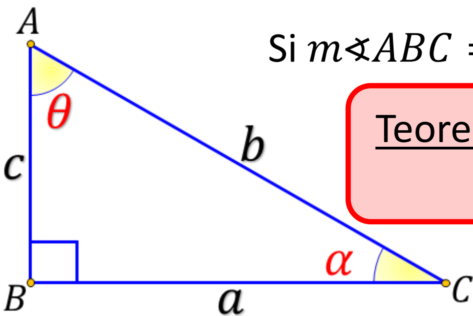
TRIÁNGULO OBTUSÁNGULO



Si $\theta > 90°$

Por naturaleza:
$b^2 + c^2 < a^2$

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

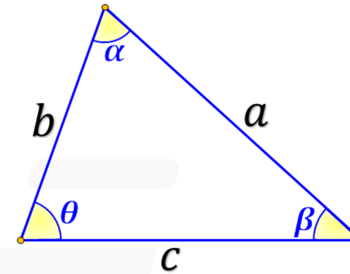


Si $m\sphericalangle ABC = 90°$

Teorema de Pitágoras:
$b^2 = c^2 + a^2$

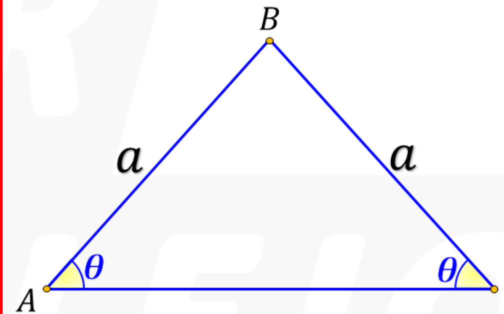
$\theta + \alpha = 90°$

TRIÁNGULO ESCALENO



$a \neq b, \ b \neq c, \ a \neq c$

TRIÁNGULO ISÓSCELES

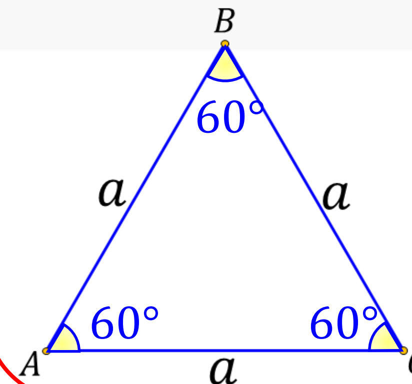


$AB = BC = a$

$\overline{AC}$: BASE

θ es agudo

TRIÁNGULO EQUILÁTERO

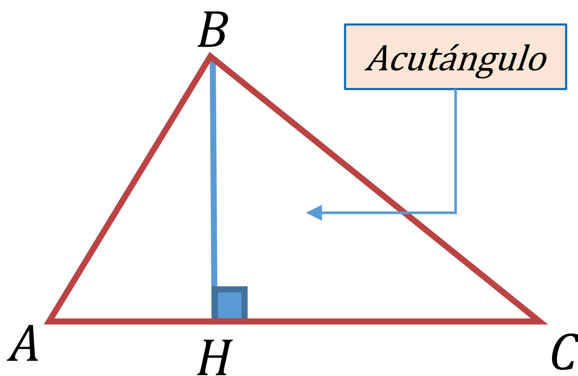


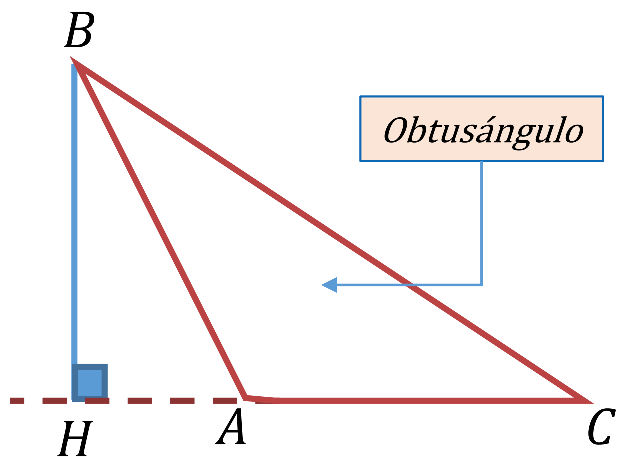
$AB = BC = AC = a$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

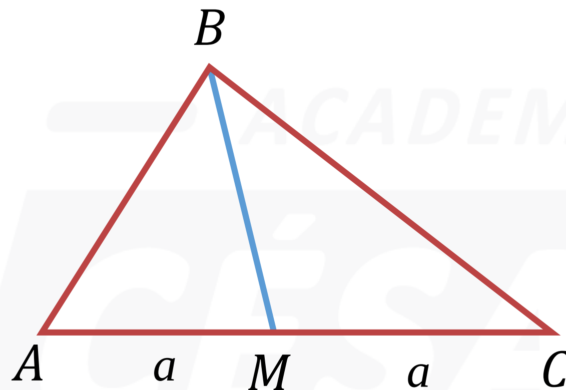
LÍNEAS NOTABLES ASOCIADAS AL TRIÁNGULO

ALTURA

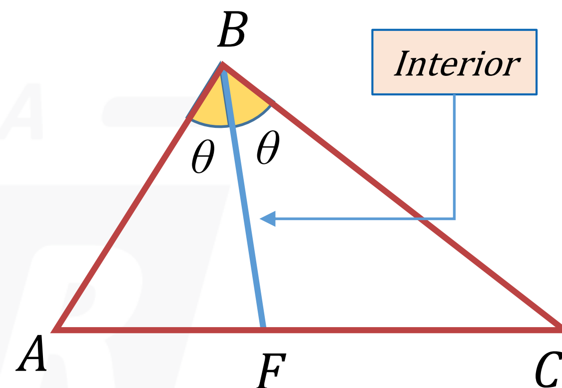


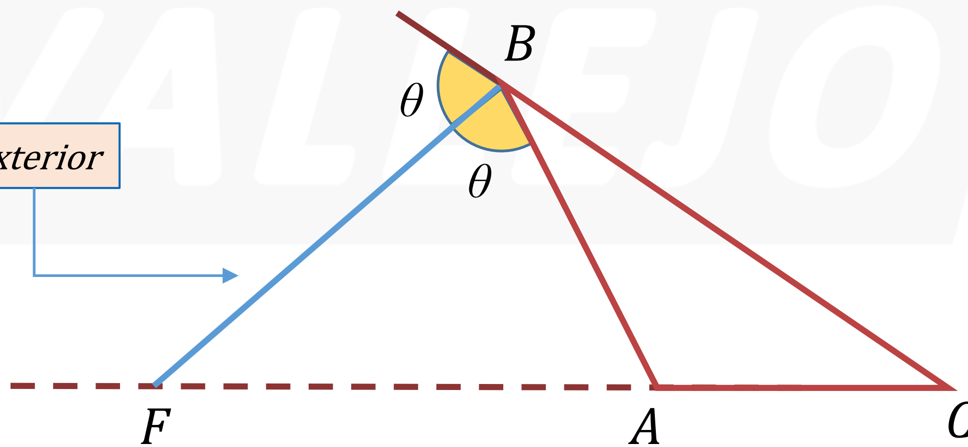


MEDIANA

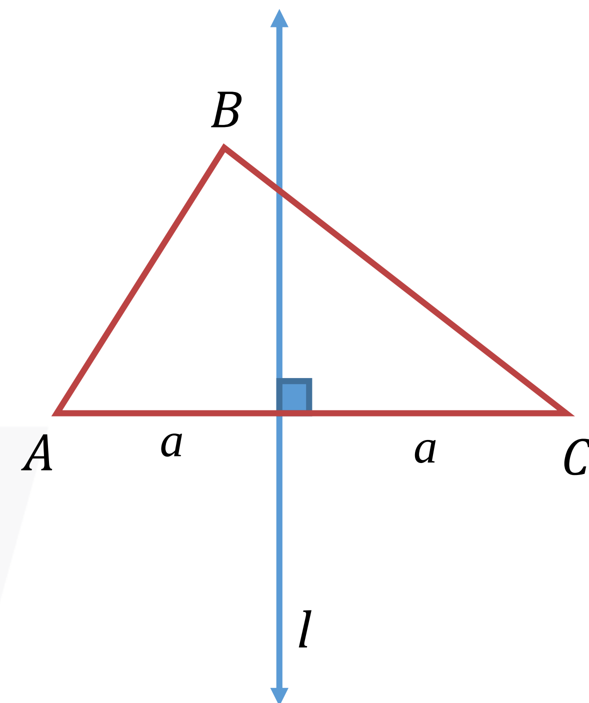


BISECTRIZ





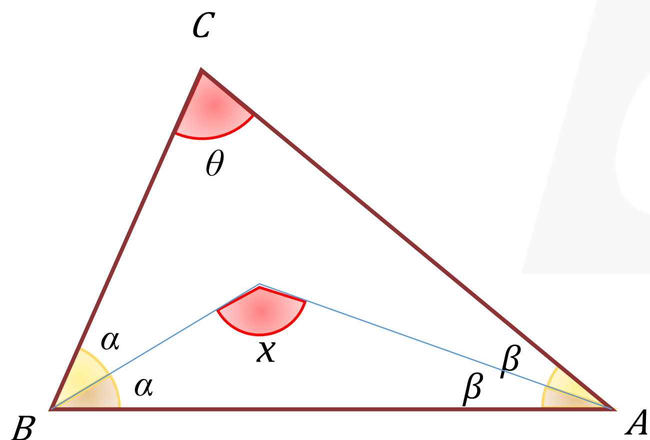
MEDIATRIZ



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

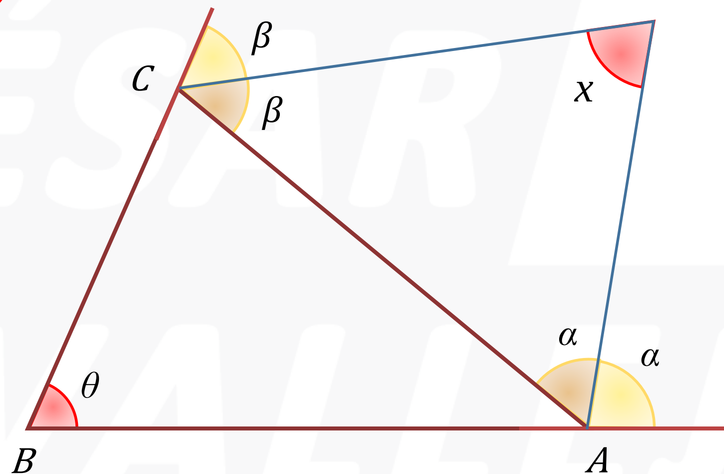
TEOREMAS DE ÁNGULOS ENTRE BISECTRICES

Segmentos bisectrices interiores



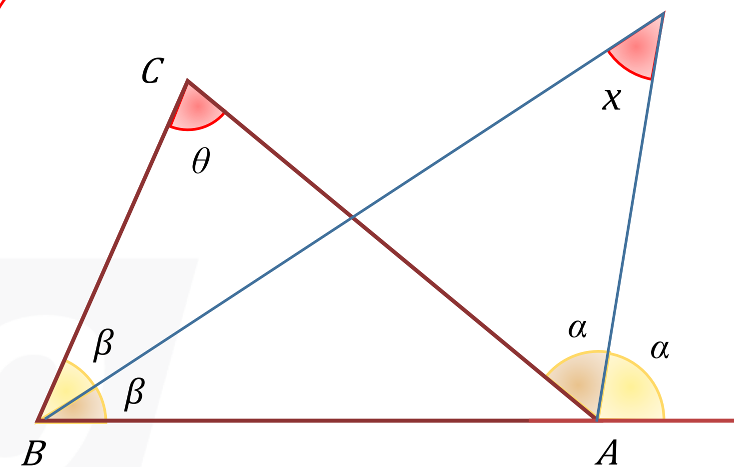
$$x = 90° + \frac{\theta}{2}$$

Segmentos bisectrices exteriores



$$x = 90° - \frac{\theta}{2}$$

Segmentos bisectrices



$$x = \frac{\theta}{2}$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe